

Mjerodavni momenti savijanja stupova bočno pridržanih okvira

Riko Rosman

Ključne riječi

bočno pridržani okviri, vitkost, teorije prvog i drugog reda, teorija stabilnosti, utjecaj imperfekcija izvedbe

Key words

laterally braced frames, slenderness, first order and second order theories, stability theory, influence of imperfections during realization

Mots clés

cadres à soutènement latéral, minceur, théorie de premier ordre et théorie de deuxième ordre, théorie de stabilité, influence des imperfections au cours de réalisation

Ключевые слова

поддерживаемые сбоку рамы, гибкость, теории первого и второго порядка, теория устойчивости, влияние имперфекции выполнения

Schlüsselworte

seitlich gestützte Rahmen, Schlankheit, Theorien der ersten und zweiten Reihe, Stabilitätstheorie, Einfluss der Ausführungsimperfectionen

R. Rosman

Prethodno priopćenje

Mjerodavni momenti savijanja stupova bočno pridržanih okvira

Daje se izvod obrazaca za ekstremne vrijednosti momenata savijanja stupova bočno pridržanih okvira. Praktična je primjena obrazaca prikazana na primjerima. Dana je opsežna tablica brojčanih vrijednosti omjera mjerodavnog momenta savijanja po teoriji drugog reda i ekstremnog momenta savijanja utvrđenog na uobičajeni način, po teoriji prvog reda i to za niz vrijednosti parametara opterećenja koji se pojavljuju u praksi. Na kraju je analiziran i odziv sustava na imperfekcije izvedbe.

R. Rosman

Preliminary note

Relevant bending moments for piers in laterally braced frames

Some derivation models for defining extreme bending moments of piers in laterally braced frames are presented. The practical use of these models is illustrated with appropriate examples. A detailed table with numerical values of relevant bending moment ratios according to the second order theory, and the extreme bending moment determined in an usual way, i.e. according to the first order theory, is given for the range of load parameter values normally encountered in practice. The system's response to imperfections during realization is analyzed in the concluding section of the paper.

R. Rosman

Note préliminaire

Moments de flexion pertinents pour piles faisant partie des cadres à soutènement latéral

Quelques modèles de dérivations pour la définition des moments de flexion extrêmes, pour piles faisant partie des cadres soutenus latéralement, sont présentés. L'application pratique de ces modèles est illustrée par les exemples appropriés. Un tableau détaillé avec valeurs numériques présentant les rapports des moments de flexion appropriés, établis selon la théorie de deuxième ordre, et avec le moment de flexion extrême déterminé de manière habituelle, c'est-à-dire selon la théorie de première ordre, est donné pour la plage des paramètres de charge normalement rencontrée dans la pratique. La réponse du système aux imperfections durant la réalisation est analysée dans la section finale de l'ouvrage.

P. Росман

Предварительное сообщение

Компетентные моменты изгиба колонн поддерживаемых сбоку рам

В работе даётся вывод образцов для экстремальных значений моментов изгиба колонн поддерживаемых сбоку рам. Практическое применение показано на примерах. Представлена обширная таблица численных значений соотношений компетентного момента изгиба согласно теории второго порядка и экстремального момента изгиба, установленного обычным способом, по теории первого порядка и именно для ряда значений параметров нагрузки, появляющихся в практике. В конце анализирован и ответ системы на имперфекцию выполнения.

R. Rosman

Vorherige Mitteilung

Massgebende Säulenbiegemomente seitlich gestützter Rahmen

Ausgelegt ist die Ableitung der Formeln für Extremwerte von Säulenbiegemomenten seitlich gestützter Rahmen. Die praktische Anwendung der Formeln ist an Beispielen dargestellt. Vorgelegt ist eine ausführliche Tabelle der Zahlenwerte des Verhältnisses zwischen dem massgebenden Biegemoment nach der Theorie zweiter Reihe und dem herkömmlich festgelegten Extremmoment nach der Theorie erster Reihe, und zwar für eine Folge von Werten der Belastungsparameter die in der Praxis auftreten. Zum Schluss analysiert man die Antwort des Systems auf Ausführungsimperfectionen.

Autor: Akademik prof. dr. sc. **Riko Rosman**, dipl. ing. grad., Šenoina 8, Zagreb

1 Uvod

Sustavi od zidova i skeletnih armiranobetonskih okvira te sustavi od vertikalnih rešetki i skeletnih okvira čeličnih konstrukcija često su primjenjivane, konstrukcijski i arhitektonski povoljne te ekonomične vertikalne nosive konstrukcije viših i visokih zgrada. Relevantni propisi definiraju računске kriterije kada se okviri mogu smatrati bočno pridržanima, tj. njihovi čvorovi bočno nepomičnima. Bočna opterećenja zgrade onda se obično u cijelosti pripisuju podsustavu zidova odnosno rešetki. Kako su u našim krajevima bočna opterećenja zgrada od masenih sila potresa ili vjetera uglavnom znatna, a podsustavi zidova odnosno rešetki time bočno vrlo kruti, okviri se redovito mogu smatrati bočno pridržanima. Uz primjenu materijala visokih čvrstoća okviri se mogu isprojektirati dosta vitkima, tj. poprečni presjeci štapova mogu biti relativno mali, a to nadalje doprinosi estetici zgrade i boljem iskorištavanju prostora. S druge strane vitkost i time veća deformabilnost štapova, napose stupova, dovodi do znatnijeg utjecaja drugog reda, tj. povećanja na uobičajen način proračunanih odzivnih veličina, posebno momenata savijanja, zbog kombiniranog utjecaja uzdužne sile stupa i njegove deformacije prouzrokovane opterećenjem okvira.

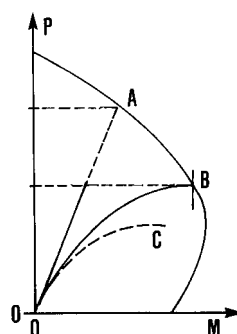
U radu se pokazuje kako se, polazeći od prethodno na uobičajen način, dakle po teoriji prvog reda, proračunatih momenata savijanja na krajevima stupova, utvrđuje njihov maksimalni moment savijanja. Izvode se odgovarajući obrasci, a brojčanim se primjerima pokazuje njihova praktična primjena. U svrhu olakšanja dizajna, konačnog proračuna i utvrđivanja utjecaja parametara sustava na njegov odziv dana je opsežna tablica 1. brojčanih vrijednosti omjera maksimalnog momenta savijanja i momenta savijanja na vrhu stupa, i to za niz parametara momentnog i osnog opterećenja stupa koji se pojavljuju u praksi. Potom se na primjerima grafički prikazuje ovisnost mjerodavnih odzivnih veličina o parametrima opterećenja. Na kraju se, nadovezujući na relevantne norme, ukazuje na primjenu ekvivalentnog simetrično opterećenog stupa i na modelski stup te utvrđuje odziv stupa na imperfekcije izvedbe.

U armiranobetonskih bočno pridržanih okvira granično stanje nosivosti redovito je lom materijala, lom dakle nastupa kada je, u kritičnom presjeku, kombiniranim utjecajem uzdužne sile i momenta savijanja dosegnuta čvrstoća presjeka. Dok pravocrtna trajektorija opterećenja odgovarajućega kratkog stupa (vitkost = 0) interakcijsku krivulju čvrstoće presjeka (slika 1.) siječe u točki A, krivolinijska trajektorija opterećenja vitkog stupa (vitkost >0) ju siječe u točki B. Utjecaj vitkosti dakle smanjuje uzdužnu silu koju pri danom momentu presjek može podnijeti. Za uspoređenje: u stupova bočno nepridržanih okvira granično stanje nosivosti može biti stabi-

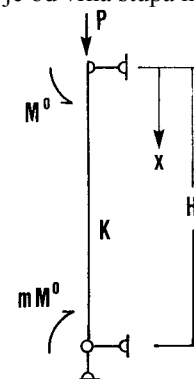
litetni lom, to znači da se pri deformaciji zbog neznatnog porasta uzdužne sile više ne može ostvariti ravnoteža, a krajnja točka trajektorije opterećenja, C, ne dostiže interakcijsku liniju čvrstoće presjeka.

2 Formulacija i rješenje zadaće

Slika 2. prikazuje stup opterećen tlačnom uzdužnom silom P te momentima M^o na gornjem i mM^o na donjem kraju. Moment M^o usvaja se pozitivnim, a moment mM^o brojčanom manjim ili jednakim M^o . Savojna krutost poprečnog presjeka stupa označena je sa K , njegova dužina sa H . Apscisa x orijentirana je od vrha stupa naniže.



Slika 1. Interakcijski dijagram čvrstoće presjeka kratkog armiranobetonskog stupa



Slika 2. Stup s momentnim i osnim opterećenjem

U daljnjem opterećenje stupa opisuje se dvama bezdimenzijskim parametrima i to parametrom m momentnog opterećenja definiranim u području

$$-1 \leq m \leq 1 \quad (1)$$

i parametrom

$$p = \frac{P}{P_E} \quad (2)$$

osnog opterećenja, gdje je $P_E = \pi^2 K/H^2$ Eulerova sila izvijanja stupa. Radi kratkoće zapisa upotrijebit će se i bezdimenzijski stabilitetni parametar

$$S = \pi p^{1/2} \quad (3)$$

stupa.

Diferencijalna jednadžba linije momenta savijanja, M , štapa opterećenog tlačnom silom i momentima na krajevima glasi [1],

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + \frac{P}{K} M = 0. \quad (4)$$

Izrazi li se osna sila s pomoću parametra osnog opterećenja, jednadžba (4) poprima oblik

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + \left(\frac{S}{H}\right)^2 M = 0 \quad (5)$$

prikladniji za daljnja izvođenja.

Opće je rješenje jednadžbe (5), dakle jednadžba momentne linije stupa,

$$M = A \sin\left(S \frac{x}{H}\right) + B \cos\left(S \frac{x}{H}\right); \quad (6)$$

A i B su integracijske konstante.

Ekstremna je ordinata M -linije

$$M_m^* = A \sin\left(S \frac{x_m^*}{H}\right) + B \cos\left(S \frac{x_m^*}{H}\right), \quad (7)$$

a odnosna abscisa, x_m^* , određena je uvjetom

$$\frac{dM}{dx} = 0. \quad (8)$$

Nakon provedbe deriviranja i uz primjenu inverznih trigonometrijskih funkcija, iz jednadžbe (8) slijedi

$$S \frac{x_m^*}{H} = \arctan \frac{A}{B}, \quad (9)$$

pa jednadžba (7), nakon podužih trigonometrijskih transformacija, poprima oblik

$$M_m^* = B \left[1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2 \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Integracijske konstante A i B odrede se iz rubnih uvjeta zadaće, a to su

$$M_0 = M^0, \quad M_H = m M^0. \quad (11)$$

Uvrste li se u jednadžbe (11) odgovarajuće M -vrijednosti prema jednadžbi (6), slijedi

$$B = M^0, \quad \frac{A}{B} = \frac{m - \cos S}{\sin S}. \quad (12)$$

Za M -liniju, njenu ekstremnu ordinatu i odnosnu apscisu time se dobivaju konačne jednadžbe

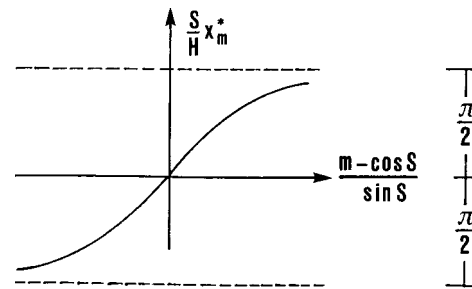
$$M = \left[\frac{m - \cos S}{\sin S} \sin\left(S \frac{x}{H}\right) + \cos\left(S \frac{x}{H}\right) \right] M^0, \quad (13)$$

$$M_m^* = \frac{1}{\sin S} (1 + m^2 - 2m \cos S)^{1/2} M^0, \quad (14)$$

$$x_m^* = \left(\frac{1}{S} \arctan \frac{m - \cos S}{\sin S} \right) H. \quad (15)$$

Odzivne veličine stupa su dakle funkcije parametara m i S (ili p) opterećenja, a M je osim toga i funkcija apscise x .

Slika 3. prikazuje S/H -struku apscisu x_m^* ekstremne vrijednosti M_m^* momentne linije kao funkciju argumenta $(m - \cos S)/\sin S$.



Slika 3. Dijagram S/H -struke abscise x_m^* presjeka u kojem djeluje maksimalni moment savijanja M_m^*

U svrhu analize odziva sustava treba utvrditi kada je $x_m^* = 0$, a time $x_m = 0$ i $M_m^* = M_m = M^0$, tj. kada se ekstremna vrijednost momenta savijanja stupa pojavljuje na njegovu vrhu. Onda je

$$\frac{m - \cos S}{\sin S} = 0, \quad (16)$$

a time, pri zadanom m

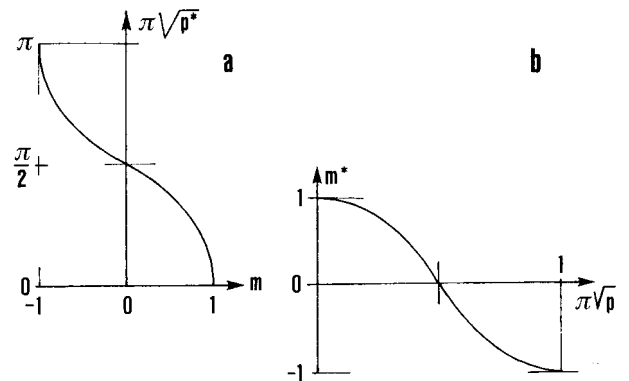
$$S = S^* = \arccos m, \quad p = p^* = \left(\frac{\arccos m}{\pi} \right)^2, \quad (17)$$

a pri zadanom S , ili p ,

$$m^* = \cos S = \cos(\pi p^{1/2}). \quad (18)$$

Vrijednosti m^* i p^* mogu se nazvati izbalansiranim vrijednostima parametara m odnosno p opterećenja.

Navedeni su uvjeti grafički prikazani na slikama 4.a odnosno b.



Slika 4. Uvjeti da je maksimalni moment savijanja stupa na njegovom vrhu: a) dijagram $\pi\sqrt{p^*}(m)$ i b) dijagram $m^*(\pi\sqrt{p})$

Negativne x_m^* -vrijednosti odgovaraju ekstremnim vrijednostima M_m^* momentne linije izvan područja stupa, dakle vrijednostima koje nemaju fizičkog značenja.

Na osnovi više navedenoga očito je zatim sljedeće.

Pri zadanom m :

$$\text{ako je } p < p^*, \text{ je } x_m^* < 0, x_m = 0, M_m = M^o, \quad (19)$$

$$\text{ako je } p = p^*, \text{ je } x_m^* = x_m = 0, M_m = M^o, \quad (20)$$

$$\text{ako je } p > p^*, \text{ je } x_m^* = x_m > 0, M_m^* = M_m > M^o. \quad (21)$$

Pri zadanom p :

$$\text{ako je } m < m^*, \text{ je } x_m^* < 0, x_m = 0, M_m = M^o, \quad (22)$$

$$\text{ako je } m = m^*, \text{ je } x_m^* = x_m = 0, M_m = M^o, \quad (23)$$

$$\text{ako je } m > m^*, \text{ je } x_m^* = x_m > 0, M_m^* = M_m > M^o. \quad (24)$$

3 Odzivne veličine pri zadanom paru parametara opterećenja

U sljedećim primjerima rabe se opće jednadžbe (3), (14), (15) i (19) do (24).

Primjer 1. $m = 0,7, p = 0,5$.

$$S = 2,22, x_m^* = 0,461 H = x_m, M_m = 1,92 M^o.$$

Primjer 2. $m = 0,6, p = 0,3$.

$$S = 1,72, x_m^* = 0,377 H = x_m, M_m = 1,26 M^o.$$

Primjer 3. $m = -0,3, p = 0,4$.

$$S = 1,99, x_m^* = 0,0571 H = x_m, M_m = 1,01 M^o.$$

Primjer 4. $m = -0,4, p = 0,5$.

$$S = 2,22, x_m^* = 0,207 H = x_m, M_m = 1,03 M^o.$$

4 Odzivne veličine pri graničnim vrijednostima parametra m momentnog opterećenja

Odziv pri $m = 1$ (slika 5.a)

Na osnovi jednadžbe (15) je (25)

$$x_m^* = \frac{H}{S} \arctan \tan \frac{S}{2} = \frac{H}{2} = x_m,$$

a na osnovi jednadžbe (14)

$$M_m = \frac{M^o}{\cos \frac{S}{2}}. \quad (26)$$

Primjer: $p = 1/4$.

$$S = \pi/2, M_m = 1,41 M^o.$$

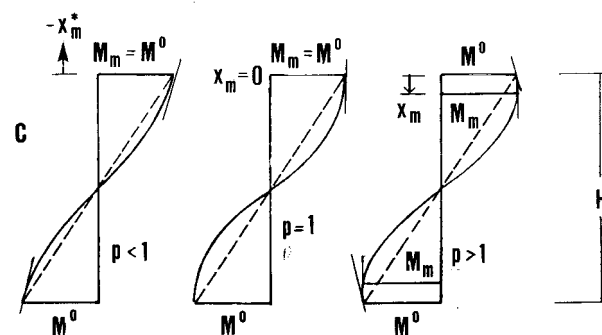
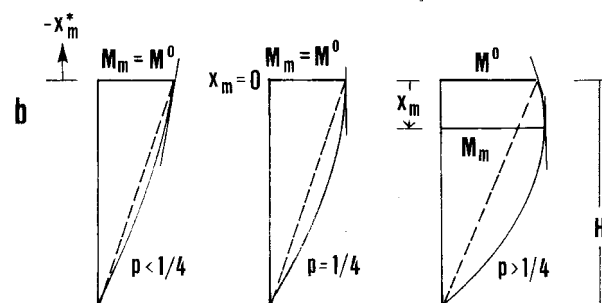
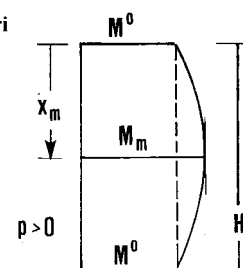
Odziv pri $m = 0$ (slika 5.b)

Na osnovi jednadžbi (14) i (15) je

$$M_m = \frac{M^o}{\sin S}, x_m = \frac{H}{S} \arctan(-\cot S). \quad (27)$$

Slika 5. Momentni dijagrami stupa pri

- a) $m=1$ i proizvoljnim p ,
 b) $m=0$ i p može bit veći ili manji ili jednako $1/4$
 c) $m=-1$ i p veći ili manji ili jednako 1



Primjer: $p = 0,3$.

$$S = 1,72, M_m = 1,01 M^o, x_m = 0,0871 H.$$

Odziv pri $m = -1$ (slika 5.c)

Na osnovi jednadžbi (14) i (15) je

$$M_m = \frac{M^o}{\sin \frac{S}{2}}, x_m = \frac{H}{S} \arctan(-\cot \frac{S}{2}). \quad (28)$$

Primjer: $p = 1,20$.

$$S = 3,44, M_m = 1,01 M^o, x_m = 0,0436 H.$$

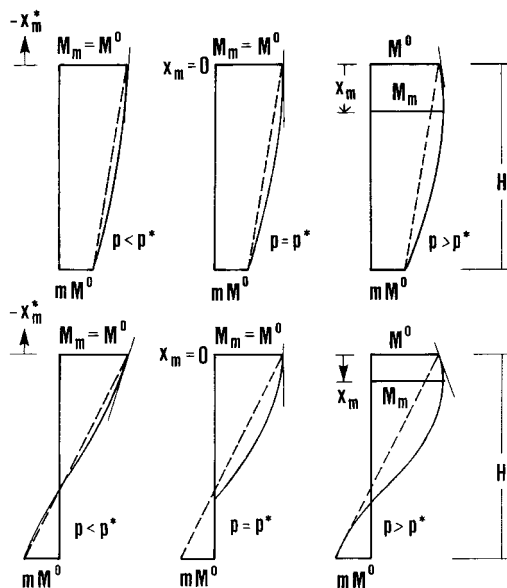
5 Odzivne veličine pri zadanom m i promjenljivim p te pri zadanom p i promjenljivim m

Slika 6. pokazuje kako pri zadanom pozitivnom m (gornje slike) odnosno zadanom negativnom m (donje slike) porast sile P , i time parametra p osnog opterećenja, mijenja karakter momentnog dijagrama stupa. Područje $m = -0,5$ do $m = -1$ pri $p > p^*$ nema praktičnog značenja zbog opasnosti izvijanja stupa uz jednosmislenu zakrivljenost duž cijelog stupa.

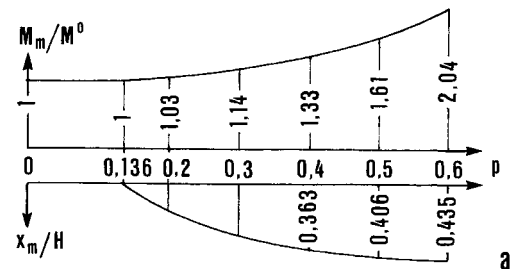
Tablica 1. Omjeri maksimalnog momenta savijanja M_m i momenta savijanja M^0 na vrhu stupa za neke vrijednosti parametara m momentnog i p osnog opterećenja stupa (za pozitivne vrijednosti m – gore, za negativne vrijednosti m - dolje)

m = 1		m = 0,9		m = 0,8		m = 0,7		m = 0,6		m = 0,5		m = 0,4		m = 0,1		m = 0	
p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0
0	1	0,0206	1	0,0420	1	0,0641	1	0,0871	1	0,111	1	0,136	1	0,219	1	0,25	1
0,01	1,012	0,04	1,012	0,06	1,007	0,09	1,010	0,11	1,006	0,14	1,008	0,17	1,009	0,26	1,009	0,29	1,007
0,02	1,025	0,05	1,022	0,07	1,014	0,10	1,017	0,12	1,012	0,15	1,013	0,18	1,014	0,27	1,013	0,30	1,011
0,03	1,038	0,06	1,034	0,08	1,024	0,11	1,025	0,13	1,019	0,16	1,020	0,19	1,021	0,28	1,018	0,31	1,016
0,04	1,051	0,07	1,046	0,09	1,034	0,12	1,035	0,14	1,027	0,17	1,028	0,20	1,028	0,29	1,024	0,32	1,022
0,05	1,065	0,08	1,059	0,10	1,045	0,13	1,045	0,15	1,036	0,18	1,036	0,21	1,036	0,30	1,031	0,33	1,028
0,06	1,079	0,09	1,072	0,11	1,057	0,14	1,056	0,16	1,046	0,19	1,046	0,22	1,045	0,31	1,039	0,34	1,035
0,07	1,093	0,10	1,086	0,12	1,069	0,15	1,069	0,17	1,056	0,20	1,056	0,23	1,055	0,32	1,047	0,35	1,043
0,08	1,108	0,11	1,100	0,13	1,083	0,16	1,081	0,18	1,068	0,21	1,067	0,24	1,066	0,33	1,057	0,36	1,051
0,09	1,122	0,12	1,114	0,14	1,096	0,17	1,094	0,19	1,080	0,22	1,079	0,25	1,077	0,34	1,067	0,37	1,061
0,10	1,137	0,13	1,130	0,15	1,111	0,18	1,108	0,20	1,093	0,23	1,091	0,26	1,089	0,35	1,077	0,38	1,071
0,11	1,153	0,14	1,145	0,16	1,126	0,19	1,123	0,21	1,106	0,24	1,104	0,27	1,102	0,36	1,089	0,39	1,082
0,12	1,169	0,15	1,161	0,17	1,141	0,20	1,138	0,22	1,121	0,25	1,118	0,28	1,115	0,37	1,101	0,40	1,093
0,13	1,185	0,16	1,177	0,18	1,156	0,21	1,153	0,23	1,135	0,26	1,132	0,29	1,129	0,38	1,114	0,41	1,106
0,14	1,202	0,17	1,194	0,19	1,172	0,22	1,169	0,24	1,150	0,27	1,147	0,30	1,144	0,39	1,127	0,42	1,119
0,15	1,219	0,18	1,211	0,20	1,189	0,23	1,186	0,25	1,166	0,28	1,163	0,31	1,159	0,40	1,142	0,43	1,133
0,16	1,236	0,19	1,229	0,21	1,207	0,24	1,203	0,26	1,183	0,29	1,180	0,32	1,175	0,41	1,157	0,44	1,148
0,17	1,254	0,20	1,247	0,22	1,224	0,25	1,221	0,27	1,199	0,30	1,197	0,33	1,193	0,42	1,173	0,45	1,164
0,18	1,272	0,21	1,266	0,23	1,243	0,26	1,239	0,28	1,217	0,31	1,214	0,34	1,210	0,43	1,190	0,46	1,180
0,19	1,291	0,22	1,285	0,24	1,261	0,27	1,258	0,29	1,236	0,32	1,232	0,35	1,229	0,44	1,208	0,47	1,198
0,20	1,310	0,23	1,305	0,25	1,281	0,28	1,277	0,30	1,255	0,33	1,252	0,36	1,247	0,45	1,227	0,48	1,216

m = -0,1		m = -0,2		m = -0,3		m = -0,4		m = -0,5		m = -1	
p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0	p	M_m/M^0
0,283	1	0,318	1	0,356	1	0,398	1	0,444	1	1,00	1
0,33	1,009	0,36	1,007	0,40	1,006	0,45	1,008	0,50	1,009		
0,34	1,013	0,37	1,010	0,41	1,010	0,46	1,012				
0,35	1,018	0,38	1,014	0,42	1,014	0,47	1,016				
0,36	1,024	0,39	1,019	0,43	1,018	0,48	1,021				
0,37	1,030	0,40	1,025	0,44	1,024	0,49	1,027				
0,38	1,037	0,41	1,031	0,45	1,030	0,50	1,033				
0,39	1,045										
0,40	1,054										



Slika 6. Momentni dijagrami stupa pri a) pozitivnom i b) negativnom m te p veće ili manje ili jednako p^*



Slika 7. Dijagrami a) $M_m/M^0(p)$ i $x_m/H(p)$ pri $m = 0,4$, b) $M_m/M^0(p)$ i $x_m/H(p)$ pri $m = -0,4$ te c) $M_m/M^0(m)$ i $x_m/H(m)$ pri $p = 0,1$

Tijek funkcije $M_m/M^o(p)$ i $x_m/H(p)$ prikazan je, za $m = 0,4$, na slici 7.a, a za $m = -0,4$ na slici 7.b. U tablici 1 dane su brojčane vrijednosti kvocijenta M_m/M^o za niz m -vrijednosti u području $(1, -1)$ te niz p -vrijednosti u području $(0,1)$ koje u praksi dolaze u obzir.

Tijek funkcija $M_m/M^o(m)$ i $x_m/H(m)$ prikazan je, primjera radi, za $p = 0,1$ na slici 7.c.

6 Aproximiranje proizvoljnog momentnog opterećenja opterećenjem jednakim momentima na krajevima. Utjecaj imperfekcija izvedbe. Prostorne zadaće

Slika 8.a prikazuje već prije obrađen opći slučaj stupa opterećenog tlačnom osnom silom i momentima na krajevima, pri čemu je $-1 \leq m \leq 1$, a

$$M_m = \frac{1}{\sin S} (1 + m^2 - 2m \cos S)^{1/2} M^o \quad (29)$$

ako je pri zadanom m

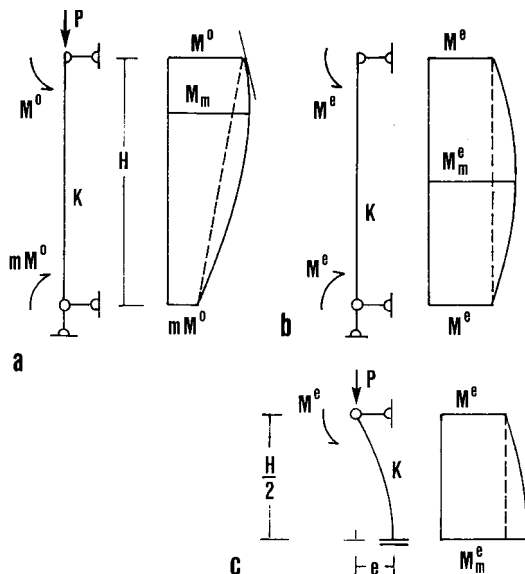
$$S > S^* = \arccos m \quad (30)$$

ili pri zadanom S

$$m > m^* = \cos S. \quad (31)$$

Inače je

$$M_m = M^o. \quad (32)$$



Slika 8. a) Stup izložen momentnom i osnom opterećenju te momentni dijagram za $p > p^*$ pri zadanom m ili $m > m^*$ pri zadanom p , b) ekvivalentni simetrično opterećeni stup i pripadni momentni dijagram te c) odgovarajući modelni stup i pripadni momentni dijagram

Kvocijent maksimalnog momenta M_m savijanja i savojne krutosti K poprečnog presjeka stupa jest zakrivljenost njegove progibne linije na promatranom mjestu.

U svrhu pojednostavnjenja proračuna u praksi neki relevantni propisi za armiranobetonske i čelične konstrukci-

je dozvoljavaju analizu na osnovi ekvivalentnog stupa opterećenog simetrično jednakim momentima M^e na krajevima (slika 8.b). Kriterij ekvivalentnosti je da se M^e odredi iz uvjeta da je odgovarajući ekstremni moment savijanja M_m^e jednak ekstremnom momentu savijanja M_m polaznog sustava [2].

Za $m = 1$ opća jednadžba (29) daje

$$M_m^e = \frac{1}{\sin S} [2(1 - \cos S)]^{1/2} M^e, \quad (33)$$

pa se izjednačenjem desnih strana jednadžbi (29) i (33) dobije

$$M^e = \left[\frac{1 + m^2 - 2m \cos S}{2(1 - \cos S)} \right]^{1/2} M^o. \quad (34)$$

Ekstremni moment savijanja ekvivalentnog stupa, u $H/2$ je time, sukladno postavljenom kriteriju, na osnovi jednadžbe (26) i nakon provedbe trigonometrijskih transformacija,

$$M_m^e = \frac{1}{\sin S} (1 + m^2 - 2m \cos S)^{1/2} M^o. \quad (35)$$

Ekvivalentni stup često se prikazuje jednom svojom polovicom (slika 8.c) i naziva modelskim stupom.

Gore prikazana rješenja rezultat su analize po teoriji drugoga reda, sadrže dakle i utjecaj deformacije na momente savijanja. Dakako da u proračune treba uvesti i odgovarajući globalni koeficijent sigurnosti ili odgovarajuće parcijalne koeficijente sigurnosti.

Utjecaj imperfekcija izvedbe građevine uzima se u obzir povećanjem ekscentriciteta

$$e = \frac{M_m^e}{P} \quad (36)$$

uzdužne sile u kritičnom presjeku (slika 8.c) za

$$e_a = \frac{1}{100H^{1/2}} \frac{H_i}{2}, \quad (37)$$

gdje je prvi razlomak, bezdimenzijska veličina, imperfekcijski kut nagiba (H u metrima), a H_i dužina izvijanja stupa. Očito je $H_i < H$, a odnosi podaci mogu se naći u literaturi, npr. [1, 3] i u propisima.

Praktički se dakle utjecaj imperfekcija uvodi u račun povećanjem maksimalnog momenta savijanja, M_m odnosno M_m^e , za $e_a P$.

Ako je stup izložen tlačnoj sili i kosom savijanju, dokaz nosivosti može se, koristeći se s više danih rješenja za stupove s jednoosnim ekscentricitetom, relativno lako provesti prema [4].

LITERATURA

- [1] Rosman, R.: Stabilnost građevnih konstrukcija. Tehnička enciklopedija, 12, LZ "Miroslav Krleža", Zagreb, 1992.
- [2] Wang, C., Salmon, C.: Reinforced Concrete Design. Harper, New York, 1985.
- [3] Rosman, R.: *Suvremeni pristupi dimenzioniranju nekih armiranobetonskih elemenata*. Rad HAZU, 457, Tehničke znanosti, Svezak 6, Zagreb, 1992.
- [4] Rosman, R.: *Längskraftfestigkeit schlanker und gedrungener Rechteckquerschnitte bei Längslast und schräger Biegung*. Rad HAZU, 484, Tehničke znanosti, Knjiga 10, Zagreb, 2002.